Physicité

IPhO : Physique nucléaire (corrections)

1 Radioactivité

1.1 Datation

Exercice 1 : Datation au carbone 14 (Test de présélection 2015)

On note t_{age}, l'âge du morceau de bois, et $N(t)$, le nombre de noyaux radioactifs de carbone 14 qu'il contient au cours du temps. L'origine des temps est prise à la mort de l'arbre. Ainsi,

$$N(t=0) = N_{\text{plante vivante}}$$

On utilise la loi de décroissance exponentielle :

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Ainsi :

$$N(t_{age}) = N_{\text{plante vivante}} e^{-\lambda t_{age}}$$

D'après l'énoncé :

$$N(t_{age}) = 0.09 N_{\text{plante vivante}}$$

Ainsi :

$$0.09 = e^{-\lambda t_{age}} \iff t_{age} = \frac{-\ln(0.09)}{\lambda}$$

On peut relier λ au temps de demi-vie :

$$\lambda = \frac{ln(2)}{t_{1/2}}$$

Soit :

$$t_{age} = \frac{-\ln(0.09) t_{1/2}}{\ln(2)} \overset{A.N.}{\approx} 20000 \quad \text{ans}$$

Réponse 3.

1.2 Demi-vie

Exercice 2 : Désintégration du radium (Test de présélection 2019)

Le temps de demi-vie du radium nous permet de connaître la constante radioactive $\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$ qui est égale à la probabilité de désintégration par unité de temps. On pensera dans les applications numériques à convertir en secondes, le temps de demi-vie.

On cherche ensuite le nombre de noyaux de radium (N) dans $m = 1g$. On utilise le nombre d'Avogadro et la masse molaire du radium.

$$N = \frac{m \mathcal{N}_{\mathcal{A}}}{M_{Ra}}$$

On en déduit le nombre de désintégrations N_d par seconde dans un gramme de radium :

$$N_d = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} \frac{m\mathcal{N_A}}{M_{Ra}} \overset{A.N.}{\approx} 4.10^{10}$$

Réponse 1.

Exercice 3 : Demi-vie du césium (Test de présélection 2021)

L'échantillon de césium suit la loi de décroissance radioactive

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

où

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$$

Ainsi :

$$\frac{N(t = 300\text{ans})}{N_0} = e^{-\frac{\ln(2)}{t_{1/2}} t} \overset{A.N.}{\approx} 0.1\%$$

Réponse 2.

Exercice 4 : Demi-vie d'une espèce radioactive (Test de présélection 2025)

Le nombre d'espèces radioactives présentes dans l'échantillon s'écrit :

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Si on écrit cette relation aux deux instants considérés :

$$N(t_1) = N_0 e^{-\lambda t_1} \quad \& \quad N(t_2) = N_0 e^{-\lambda t_2}$$

On obtient, en prenant le quotient :

$$\frac{N(t_2)}{N(t_1)} = e^{-\lambda(t_2 - t_1)}$$

On note $\Delta t = 1j = t_2 - t_1$.

On utilise la relation entre le temps et la constante de temps

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$$

$$-\frac{t_{1/2}}{\ln(2)} \ln\left(\frac{N(t_2)}{N(t_1)}\right) = \Delta t \Longleftrightarrow t_{1/2} = \frac{\Delta t}{\ln(2)} \ln\left(\frac{N(t_1)}{N(t_2)}\right) \overset{A.N.}{\approx} 6.62h$$

Réponse 2.

2 Physique nucléaire

2.1 Particules

Exercice 5 : Distance minimale d'approche (Test de présélection 2022)

La distance minimale d'approche est définie comme la distance à laquelle l'énergie cinétique incidente de la particule $E_c = 5,6 MeV$ est entièrement convertie en énergie potentielle d'interaction.

On rappelle la conversion électron-volt en joule :

$$1eV = 1,6.10^{-19} J$$

La particule α est chargée avec deux charges élémentaires car elle est composée de deux protons. En négligeant le nuage électronique, le noyau d'uranium correspond à une charge Ze.

Ainsi :

$$E_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2Ze^2}{d} \iff d = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2Ze^2}{E_c} \overset{A.N.}{\approx} 5.10^{-14} m$$

Réponse 1.

2.2 Défaut de masse

Exercice 6 : Défaut de masse du Soleil (Test de présélection 2015)

Au niveau de la Terre, la puissance émise par le Soleil P_{Soleil} se répartit sur une sphère de rayon R la distance Terre-Soleil.

$$P_{surfacique} = \frac{P_{Soleil}}{4\pi R^2}$$

L'énergie rayonnée par le Soleil en une journée $\Delta t = 1j$ vaut :

$$E = P_{Soleil}\Delta t$$

D'après l'équivalence masse-énergie, on obtient donc :

$$E = \Delta m c^2 \iff \Delta m = \frac{P_{surfacique} 4\pi R^2 \Delta t}{c^2} \overset{A.N.}{\approx} 10^{14} kg$$

Réponse 1

2.3 Énergie

Exercice 7 : Le LHC (Test de présélection 2022

On commence par calculer le nombre de protons mis en jeu dans le faisceau :

$$N_{protons} = N_{paquets} N_{protons/paquet}$$

Le courant électrique est le débit de charge traversant une section par unité de temps. Comme chaque proton est chargé d'une charge élémentaire

$$I = \frac{N_{protons} e}{\Delta t}$$

Δt est la durée nécessaire pour un proton à effectuer une rotation dans l'anneau.
La vitesse vaut la vitesse de la lumière.
La distance à parcourir :

$$d = 27km$$

Ainsi :

$$\Delta t = \frac{d}{v}$$

On en déduit donc l'intensité :

$$I = \frac{N_{paquets}N_{protons/paquet}ev}{d} \overset{A.N.}{\approx} 0.6A$$

Réponse 3.

3 Analyse dimensionnelle

3.1 Évaluer la dimension d'une grandeur

Exercice 8 : Homogénéité (Test de présélection 2015)

On exprime la dimension de chacune des grandeurs. Dans cette expression, on reconnaît : $\frac{\epsilon_0}{e^2}$ qui intervient dans l'expression de la force de Coulomb :

$$[\frac{1}{Fr^2}] = [\frac{\epsilon_0}{e^2}] = \frac{1}{M.L^3.T^{-2}}$$

Pour retrouver la dimension d'une force, on utilise la deuxième loi de Newton :

$$m\overrightarrow{a} = \overrightarrow{F} \Longleftrightarrow M.L.T^{-2} = [F]$$

Nous pouvons également nous rappeler de la dimension d'une énergie en considérant la définition de l'énergie cinétique $E = \frac{1}{2}mv^2$.

$$[E] = M.L^2T^{-2}$$

En utilisant $E = \hbar\nu$, on obtient

$$[h] = [\hbar] = [E.T] = M.L^2.T^{-1}]$$

Nous en déduisons :

$$\frac{M^2.L^4.T^{-2}}{M.L^3.T^{-2}M} = L$$

Réponse 3.

Exercice 9 : La puissance de Larmor (Test de présélection 2016

D'après le précédent exercice (et la force de Coulomb), nous avons montré que :

$$[\frac{q^2}{\epsilon_0}] = M.L^3T^{-2}$$

Nous avons donc de bonnes raisons de penser que ce rapport intervient dans l'expression.

Nous cherchons la dimension d'une dimension, à partir d'une énergie :

$$[P] = [E]T^{-1} = M.L^2.T^{-3}$$

Par définition de l'accélération comme la dérivée seconde de la position :

$$[a] = L.T^{-2}$$

Ainsi :

$$[\frac{q^2a^2}{\epsilon_0}] = M.L^5.T^{-6}$$

$$[\frac{q^2a^2}{\epsilon_0 c^3}] = M.L^2.T^{-3} = [P]$$

Réponse 3.

Exercice 10 : Condensat de Bose-Einstein : Test de présélection 2017

Nous cherchons une valeur limite de la densité particulaire. La densité a pour dimension L^{-3}.

Les termes proposés font intervenir la constante de Planck, dont nous avons déterminé la dimension dans les exercices précédents :

$$[h] = [E].T^{-1} = M.L^2T^{-1}$$

Ainsi :

$$[h^3] = M^3.L^6T^{-3}$$

Nous nous intéressons ensuite au terme k_BT. k_BT représente une énergie due aux fluctuations thermiques. Ainsi

$$[mk_BT] = M^2.L^2.T^{-2}$$

Avec ces informations, on comprend que pour que la masse et le temps n'interviennent pas dans l'expression finale, la puissance $\frac{3}{2}$ est nécessaire.

Ensuite :

$$[\frac{(k_BTm)^{3/2}}{h^3}] = \frac{M^3.L^3.T^{-3}}{M^3.L^6.T^{-3}} = L^{-3} = [\rho]$$

Réponse 4.

3.2 Trouver une loi d'échelle

Exercice 11 : Cratères (Test de présélection 2022)

On admet que $D = E^\alpha \rho^\beta g^\gamma$ Dans un premier temps, on cherche à déterminer cette loi et donc la valeur des exposants. Nous présentons ici une manière calculatoire de le faire, sans intuition, simplement en écrivant un système d'équations.

Commençons par énumérer la dimension des grandeurs qui interviennent dans la loi :

$$[D] = L$$

$$[E] = M.L^2T^{-2}$$

$$[\rho] = M.L^{-3}$$
$$[g] = [a] = L.T^{-2}$$

g est l'accélération de la pesanteur et a donc la dimension d'une accélération (une vitesse divisée par un temps ; On peut le retrouver à l'aide de la deuxième loi de Newton, pour un corps en chute libre :

$$m\vec{a} = m\vec{g}$$

Ainsi, nous obtenons :

$$L = M^{\alpha+\beta}L^{2\alpha-3\beta+\delta}T^{-2\alpha-2\delta}$$

Nous pouvons déduire de cette écriture un système d'équations pour que les dimensions soient respectées.

$$\begin{cases} 0 = \alpha + \beta & \text{(M)} \\ 1 = 2\alpha - 3\beta + \delta & \text{(L)} \\ 0 = -2\alpha - 2\delta & \text{(T)} \end{cases} \iff \begin{cases} \alpha = -\beta \\ 1 = 5\alpha + \delta \\ \delta = -\alpha \end{cases} \iff \begin{cases} \alpha = \frac{1}{4} \\ \beta = \frac{-1}{4} \\ \delta = -\alpha \end{cases}$$

Nous avons donc obtenu la relation donnant la diamètre d'un cratère en fonction des différents paramètres.

$$D = E^{1/4}\rho^{-1/4}g^{-1/4} = (\frac{E}{\rho g})^{1/4} \iff E = D^4\rho g$$

Ensuite, nous estimons la masse de la roche à partir de son énergie cinétique :

$$m = \frac{2E}{v^2} = 2\frac{2D^4\rho g}{v^2} \overset{A.N.}{\approx} 5,4.10^8 kg$$

Réponse 4.

Exercice 12 : La physique des trous noirs (adaptée de l'épreuve théorique des IPhO 2007

1. Constante de Planck :

$$[h] = [\frac{E}{\nu}] \overset{\text{Relation de Planck}}{=} [E].T^{-1} \overset{\text{Energie cinétique}}{=} [mv^2]T^{-1} = M.L^2.T^{-1}$$

Vitesse de la lumière :

$$c = L.T^{-1}$$

Constante gravitationnelle : nous utilisons l'expression de l'interaction gravitationnelle

$$[G] \overset{\text{Interaction gravitationnelle}}{=} [\frac{Fd^2}{m^2}] \overset{\text{PFD}}{=} \frac{M.L.T^{-2}L^2}{M^2} = M^{-1}L^3T^{-2}$$

Constante de Boltzmann : nous utilisons l'expression des fluctuations thermiques

$$[k_B] \overset{\text{Fluctuations thermiques}}{=} [\frac{E}{\theta^{-1}}] \overset{\text{Energie cinétique}}{=} ML^2T^{-2}\theta^{-1}$$

2. A partir de la loi de Boltzmann, nous avons :

$$[P]L^{-2} = [\sigma T^4] \iff [E].T^{-1}L^{-2} = [\sigma][T^4] = [\sigma]\theta^4 \iff [\sigma] \overset{\text{Energie cinétique}}{=} \frac{M.T^{-3}}{\theta^4}$$

3. Nous pouvons écrire la loi d'échelle sous la forme :

$$\sigma = ah^\alpha C^\beta G^\gamma k_B^\delta$$

On utilise les deux questions précédentes pour écrire l'équation aux dimensions :

$$M.T^{-3}\theta^{-4} = M^{\alpha-\gamma+\delta}L^{2\alpha+\beta+3\gamma+2\delta}T^{-\alpha-\beta-2\gamma-2\delta}\theta^{-\delta}$$

Nous pouvons écrire un système d'équations aux dimensions

$$\begin{cases} 1 = \alpha - \gamma + \delta & \text{(M)} \\ 0 = 2\alpha + \beta + 3\gamma + 2\delta & \text{(L)} \\ -3 = -\alpha - \beta - 2\gamma - 2\delta & \text{(T)} \\ 4 = -\delta & (\theta) \end{cases} \iff \begin{cases} \alpha = -3 \\ \beta = -2 \\ \gamma = 0 \\ \delta = 4 \end{cases}$$

4.Nous pouvons écrire la loi d'échelle sous la forme :

$$A = G^{\alpha}c^{\beta}m^{\gamma}$$

Comme A est une surface,

$$L^2 = M^{-\alpha+\gamma}L^{3\alpha+\beta}T^{-2\alpha-\beta}$$

On utilise les questions 1 et 2 pour écrire l'équation aux dimensions.

$$\begin{cases} 0 = -\alpha + \gamma & \text{(M)} \\ 2 = \beta + 3\alpha & \text{(L)} \\ 0 = -2\alpha - \beta & \text{(T)} \end{cases} \iff \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 2 \\ \gamma = -1 \end{cases}$$